

DM d'ondes et optique

Microscopie et métamatériaux

Tous les documents sont autorisés. Le travail peut-être effectué en binôme.

Dans la première partie, nous étudierons un appareil optique, le microscope, dont nous déterminerons les caractéristiques principales pour la formation des images. Dans la seconde partie, nous étudierons quelques propriétés générales des métamatériaux, qui sont au coeur de nombreuses recherches contemporaines en optique. Les deux parties peuvent être traitées de façon indépendante.

I. FONCTIONNEMENT D'UN MICROSCOPE

Lorsque l'on veut observer des objets de tailles inférieures au millimètre, l'instrument le plus adapté est le microscope optique. Il est constitué par l'association de deux lentilles minces convergentes : une première lentille L_1 de petite focale f'_1 (typiquement le millimètre), la plus proche de l'objet et appelée objectif, et une seconde lentille L_2 de grande focale f'_2 (typiquement le centimètre), la plus proche de l'oeil et appelée oculaire.

Pour que l'oeil n'ait pas à accommoder, le microscope doit former à l'infini l'image de l'objet \overline{AB} que l'on cherche à observer. L'objectif a pour fonction de fournir une image intermédiaire $\overline{A_1B_1}$ très agrandie et située en F_2 : l'oculaire joue alors le rôle d'une loupe et donne de $\overline{A_1B_1}$ une image finale $\overline{A'B'}$ également très agrandie. On appelle intervalle optique la distance $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ entre le foyer image de L_1 et le foyer objet de L_2 .

1 - LE MICROSCOPE

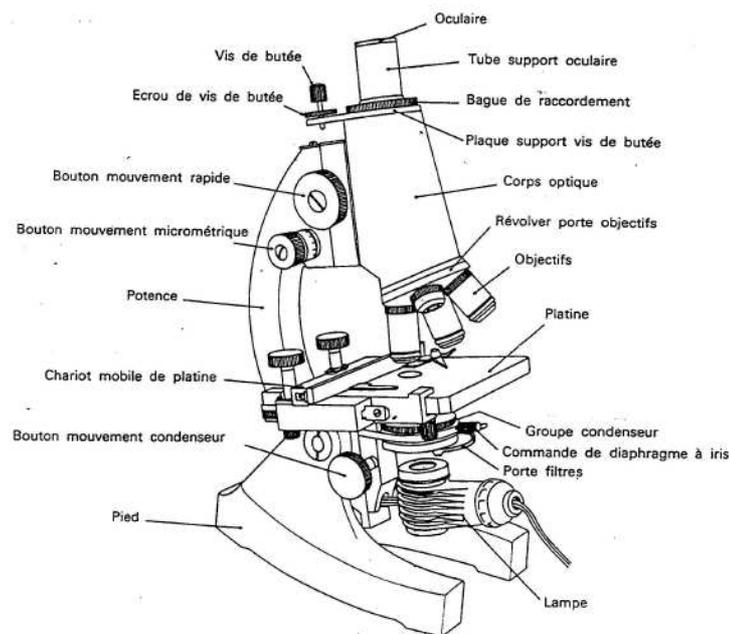


FIGURE 1: Schéma de principe d'un microscope.

A. Etude de l'oculaire et de l'objectif

On considère un microscope optique comme celui que l'on peut manipuler en TP. Sur l'objectif, on trouve l'indication $\times 20$ et sur l'oculaire l'indication $\times 10$. Son intervalle optique vaut $\Delta = +16\text{cm}$.

1. Pour l'oculaire, l'indication $\times 10$ est son grossissement commercial. Rappeler la définition du grossissement commercial G_c^{oc} d'une loupe et en déduire la valeur numérique de la focale f_2' de l'oculaire (on considèrera que le punctum proximum d'un oeil normal est à 25cm).
2. Calculer la position d'un objet dont l'image est réelle et située à 6cm de l'oculaire. Vérifier par construction graphique.
3. Pour l'objectif, l'indication $\times 20$ porte sur la valeur absolue du grandissement transversal γ^{ob} d'un objet \overline{AB} dont l'image $\overline{A_1B_1}$ se forme à la distance Δ derrière F_1' . Déterminer l'expression de f_1' en fonction de γ^{ob} et de Δ . Quelle est la valeur numérique de cette focale ?
4. Calculer la position et le grandissement de l'image d'un objet virtuel situé à 4mm de l'objectif. Vérifier par construction graphique.

B. Performances d'un microscope

5. Le grossissement commercial G_c d'un microscope correspond au rapport (en valeur absolue) entre l'angle sous lequel on voit l'objet à travers le microscope et l'angle sous lequel on le voit à l'oeil nu. Montrer que $G_c = |\gamma^{ob}| \times G_c^{oc}$ (on se placera dans l'approximation de Gauss). Faire l'application numérique.
6. A l'aide des ressources dont vous disposez (lecture, site internet...), expliquer brièvement ce que sont les aberrations géométriques d'une lentille mince et comment on peut limiter leurs effets

Afin d'obtenir une image de bonne qualité, on place un diaphragme D dans le plan focal image de l'objectif. L'oculaire va former une image de ce diaphragme, appelée cercle oculaire C.

7. Déterminer la position $\overline{F_2'C}$ du cercle oculaire en fonction de Δ et f_2' . Faire l'application numérique.
8. Existe-t-il une position optimale où placer son oeil pour avoir des conditions d'observation idéales ? Justifier votre réponse.
9. Pour faire de la microscopie à très haute résolution, on utilise plutôt un microscope électronique à balayage. Quel est son avantage par rapport à un microscope optique ?

II. INTRODUCTION AUX MÉTAMATÉRIAUX

En 1968, le physicien Viktor Veselago étudie la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu hypothétique dont les propriétés optiques, c'est-à-dire la permittivité diélectrique ε et la perméabilité magnétique μ , sont simultanément négatives. De tels milieux n'existent pas à l'état naturel et dans les années 2000, John Pendry étudie leur faisabilité et démontre plusieurs résultats majeurs relatifs à leur utilisation en microscopie optique. L'équipe de David Smith fabrique le tout premier métamatériau en 2001, grâce à un réseau de microrésonateurs magnétiques en cuivre insérés dans de la silice (voir figure 1). A l'heure actuelle, les métamatériaux sont vus comme les meilleurs candidats pour fabriquer des revêtements d'invisibilité et nous allons essayer de comprendre pourquoi.



FIGURE 2: Photographie du tout premier métamatériau (Duke University, 2001).

A. Propriétés élémentaires

Les métamatériaux sont des milieux structurés à l'échelle sub-longueur d'onde de sorte que leurs deux propriétés optiques sont simultanément négatives : $\varepsilon_r < 0$ et $\mu_r < 0$. Comme ce sont des milieux passifs (pas besoin d'apport d'énergie extérieure pour fonctionner), ils vérifient de plus la double contrainte :

$$\text{Im}(\sqrt{\varepsilon_r}) > 0 \quad \text{et} \quad \text{Im}(\sqrt{\mu_r}) > 0 \quad (1)$$

1. En remarquant qu'on peut toujours écrire $\varepsilon_r = e^{i\pi} |\varepsilon_r|$ et $\mu_r = e^{i\pi} |\mu_r|$, montrer que les deux inégalités précédentes sont vérifiées et qu'alors $n < 0$.

On considère maintenant un dioptré plan séparant un milieu diélectrique (indice $n_1 \geq 1$) d'un métamatériau. Les deux lois de Descartes (réflexion et réfraction) restent valables à cette interface. On travaillera avec des segments orientés (ce qui est toujours le cas en optique géométrique), mais aussi avec des angles orientés dont on rappelle 1) qu'ils sont repérés à partir de la normale au dioptré et 2) qu'ils sont comptés positivement lorsque leur sens de parcours coïncide avec le sens trigonométrique (négativement si c'est dans le sens horaire).

2. Discuter l'existence d'un angle de réflexion totale et comparer avec la situation habituelle impliquant deux diélectriques (indices $n_1 \geq 1$ et $n_2 \geq 1$).
3. Quelle est la particularité du rayon transmis (angle θ_t) dans le métamatériau par rapport à la situation habituelle (deux diélectriques d'indices $n_1 \geq 1$ et $n_2 \geq 1$) ? Préciser l'expression de θ_t en fonction de l'angle d'incidence θ_i lorsque le premier milieu est l'air.

B. Formation des images

Nous allons maintenant nous intéresser à la formation d'images par ce dioptré plan. On considère pour cela un objet AB situé à la distance d du dioptré dans l'air ($n_1 = 1$). Soit un rayon partant de A et incident sur le dioptré sous l'angle θ_i

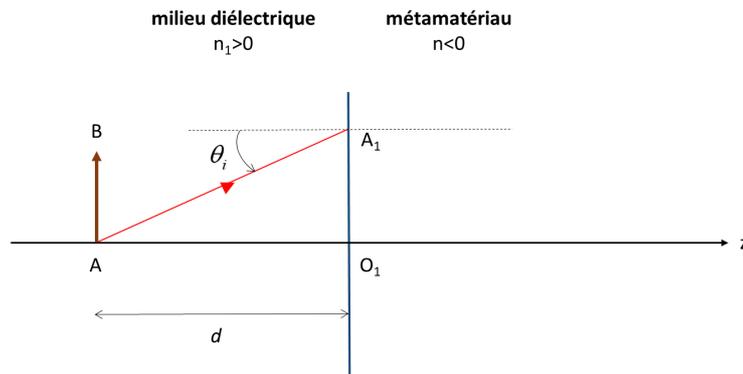


FIGURE 3: Schéma de principe du dioptré plan diélectrique-métamatériau.

4. Déterminer la position de l'image A' de A.
5. Rappeler ce que sont le stigmatisme rigoureux et le stigmatisme approché. En déduire que le dioptré n'est pas stigmatique.
6. On se place maintenant dans les conditions de Gauss : pourquoi cette contrainte permet-elle de retrouver un stigmatisme approché ? Quelle est alors l'expression de $\overline{O_1 A'}$ en fonction de n et d ? Dans la suite, on se placera toujours dans les conditions de Gauss.
7. On dit qu'un système centré est aplanétique s'il donne d'un objet \overline{AB} perpendiculaire à l'axe optique une image $\overline{A'B'}$ qui est aussi perpendiculaire à l'axe optique. Par un argument de symétrie, déterminer la position de l'image B' de B et en déduire que le dioptré est aplanétique. Quelle est la valeur du grandissement ?

C. Vers l'invisibilité

On considère maintenant que le métamatériau a une épaisseur e , ce qui signifie qu'on a une seconde interface métamatériau-air à la distance $\overline{O_1O_2} = +e$ (voir Figure ci-dessous).

8. Quelle condition doit vérifier e pour que $\overline{A'B'}$ se forme dans le métamatériau ?
9. Quelle est la position et grandissement de l'image $\overline{A''B''}$ de $\overline{A'B'}$ par la seconde interface ? Quel est le grandissement global (rapport entre $\overline{A''B''}$ et \overline{AB}) ?
10. Comparer à ce qui serait obtenu si on remplaçait le métamatériau par un diélectrique conventionnel (indice $n > 1$).
11. On considère un objet réel \overline{AB} situé à 2cm d'une lame de métamatériau d'épaisseur $e = 3\text{cm}$ et d'indice $n = -1$. Par construction graphique, déterminer la position de son image $\overline{A'B'}$. Vous prendrez soin d'expliquer les étapes de cette construction sur votre copie et considèrerez deux rayons issus de A, l'un dans le demi-espace supérieur $\theta_i > 0$, l'autre dans le demi-espace inférieur $\theta_j < 0$.

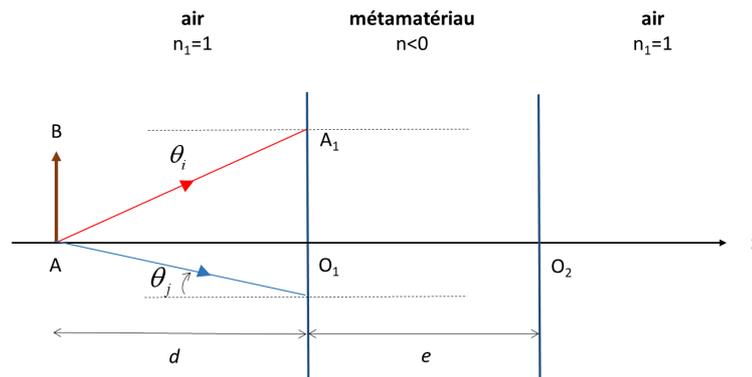


FIGURE 4: Schéma de principe d'une "lentille parfaite" (lame à face parallèle d'indice négatif).

Tous les rayons partant du point A situé côté objet convergent en A'' : on a donc un effet de refocalisation qui permet de toujours former une image nette derrière la lame de métamatériau tant que la condition de la question 8 est vérifiée (objets à proximité de la lame).

12. Dans le cas où $n = -1$, quelle est la valeur des coefficients de réflexion au niveau de chaque interface ?
13. En faisant la synthèse des questions précédentes, expliquer pourquoi la lame d'un métamatériau à $n = -1$ est difficile à percevoir pour un observateur situé après O_2 (côté image).