

# DM d'ondes et optique

## La pression de radiation

Tous les documents sont autorisés.

Au  $XX^{\text{ème}}$  siècle, les travaux de George Gamow, Hans Bethe et Fred Hoyle ont permis de comprendre comment étaient créés les premiers éléments de la classification périodique : dans le processus de "nucléosynthèse stellaire", les réactions de fusion nucléaire de noyaux légers conduisent à la production d'atomes de plus en plus lourds (depuis l'Helium jusqu'au Fer pour les étoiles les plus massives) ainsi qu'à l'émission de particules comme par exemple les neutrinos ou les photons.

Ces derniers, à l'origine du rayonnement solaire, contribuent au maintien de l'étoile en équilibre mécanique : l'effondrement gravitationnel de l'étoile sur elle-même en raison de son poids est compensée en partie par une "pression de radiation" due aux photons. Dans la première partie, nous étudierons quelques propriétés générales des ondes émises par le soleil. Dans la deuxième partie, nous déterminerons les caractéristiques principales de la pression de radiation et nous nous intéresserons à une application technologique de ce phénomène : les voiles solaires. Les deux parties peuvent être traitées de façon indépendante.

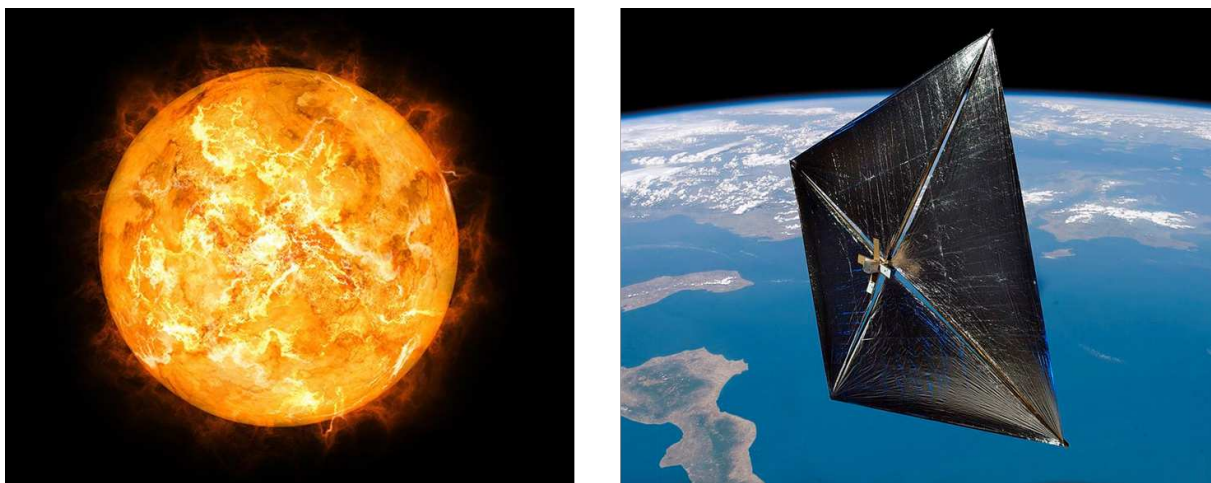


FIGURE 1: A gauche : Photographie du soleil dans le visible. A droite : La photovoile NanoSail-D2

### I. LE RAYONNEMENT SOLAIRE

A suffisamment grande distance, le soleil peut être considéré comme une source ponctuelle rayonnant des ondes électromagnétiques. En raison des symétries du problème, ces ondes sont solutions de l'équation de D'Alembert en coordonnées sphériques. Le champ électrique réel a alors pour expression

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0(r) \cos(kr - \omega t) \vec{e}_\theta \quad (1)$$

où  $E_0(r)$  est une fonction inconnue à valeurs réelles. Une telle onde est appelée "onde sphérique" et on considèrera que le milieu de propagation est le vide.

1. Quelle(s) différence(s) y-a-t-il entre une onde sphérique et une onde plane ? Par identification avec la phase d'une onde plane, donner l'expression du vecteur d'onde  $\vec{k}$  de l'onde sphérique (norme et vecteur unitaire).
2. Quelle est la forme des fronts d'onde ? Justifier la dénomination d'onde sphérique.

A très grande distance du soleil, la coordonnée radiale  $r$  est très grande et on peut approximer localement les fronts d'onde de l'onde sphérique par des plans (penser à la surface d'une piscine qui est en réalité un petit morceau de sphère). L'onde sphérique vérifie alors localement la même relation de structure que l'onde plane.

3. En vous aidant de la notation complexe et d'une des équations de Maxwell, donner la relation entre  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  dans le cas de l'onde plane. En déduire l'expression approchée de  $\vec{B}$  pour l'onde sphérique.

4. Quelle est l'expression du vecteur de Poynting moyen  $\langle \vec{\pi} \rangle$ ? Quelle est la direction de propagation de la puissance rayonnée? Quelle est sa dimension?
5. Quelle est la puissance  $\mathcal{P}$  rayonnée par le soleil dans une sphère de rayon  $r$ , le soleil occupant le centre de cette sphère?

A ce stade, on ne connaît toujours pas la dépendance radiale de l'amplitude  $E_0(r)$ , mais on peut déterminer théoriquement (à l'aide de la loi de Stefan-Boltzmann, que vous reverrez en transfert radiatif) ou expérimentalement (à l'aide de photomètres) que la puissance reçue sur Terre par unité de surface vaut environ  $\Sigma = 1288 \text{ W/m}^2$ .

Données :

- Distance Terre-Soleil :  $d_{TS} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .
- Rayon du Soleil :  $R_S = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ .
- Rayon de la Terre :  $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

6. Quel est l'expression de  $\mathcal{P}$  en fonction de  $\Sigma$  et  $d_{TS}$ ? Faire l'application numérique de  $\mathcal{P}$ .
7. Justifier par un argument physique que la puissance  $\mathcal{P}$  ne dépend pas de  $r$ .
8. En déduire que

$$E_0(r) = \frac{A_0}{r} \quad (2)$$

Quelle est l'expression de  $A_0$ ?

9. Pour un satellite artificiel, les rayons orbitaux sont de l'ordre de  $10^4 \text{ km}$  (par exemple, l'orbite géostationnaire est à  $36000 \text{ km}$ ) et en pratique, sa position  $r$  ne s'écarte que très faiblement de son rayon d'orbite. Quelle approximation peut-on faire sur  $E_0$  pour un satellite terrestre? On est alors dans une situation où tout se passe comme si l'amplitude de l'onde était constante. Faire l'application numérique de  $E_0$ .

## II. LES VOILES SOLAIRES

L'existence d'une pression de radiation date des observations astronomiques de Johannes Kepler en 1619 : celui-ci a expliqué l'orientation de la queue des comètes selon l'axe soleil-comète par l'existence d'une poussée due au rayonnement solaire. Une onde électromagnétique a donc une action mécanique sur les corps. Les voiles solaires ou photovoiles sont des systèmes de navigation spatiaux utilisant la pression de radiation due au soleil pour se déplacer dans l'espace à la manière d'un voilier : c'est pour cette raison que des engins spatiaux comme NanoSail-D2, LightSail-2 ou Ikaros ont des panneaux métalliques de grandes dimensions.

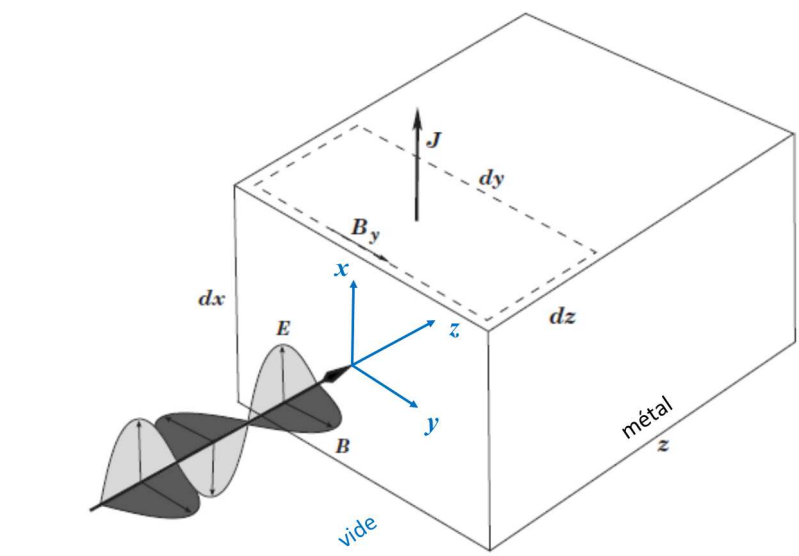


FIGURE 2: Onde incidente dans la direction  $z$  sur un métal (demi-espace  $z > 0$ ).

On considère donc une onde électromagnétique émise par le Soleil (supposé à grande distance) et se propageant sous incidence normale depuis le vide spatial sur un milieu conducteur parfait (sa conductivité statique  $\sigma_0$  et donc sa pulsation plasma tendent vers  $+\infty$ ). En coordonnées cartésiennes, d'après la partie précédente, on peut approximer cette onde venant du Soleil par une onde plane réelle d'expression :

$$\vec{E}_i(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \vec{e}_x \quad (3)$$

10. Rappeler ce qu'est l'effet de peau au niveau de l'interface avec le métal. Que valent les facteurs de réflexion ? Quelle est la valeur du champ électrique dans le métal sachant que l'on a supposé que ce dernier était un conducteur parfait ?
11. Au niveau du dioptré vide-métal, la composante tangentielle du champ électrique se conserve. Justifier que dans le domaine  $z < 0$ , le champ électrique total s'écrit :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \vec{e}_x - E_0 \cos(kz + \omega t) \vec{e}_x \quad (4)$$

12. A l'aide d'une des équations de Maxwell, en déduire que l'expression du champ  $\vec{B}$  dans le vide est

$$\vec{B}(z, t) = \frac{2E_0}{c} \cos(kz) \cos(\omega t) \vec{e}_y \quad (5)$$

13. Quel terme des équations de Maxwell est négligeable dans le modèle limite du conducteur parfait ? On conservera cette hypothèse dans la suite.
14. A l'aide de l'équation de Maxwell-Ampère, déterminer l'expression du courant libre  $\vec{j}$ .
15. La force de Laplace exercée par l'onde plane sur la surface du métal a pour expression :  $d\vec{F}_L = \vec{j} dx dy dz \wedge \vec{B}$ . Montrer que

$$\frac{d\vec{F}_L}{dx dy} = - \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{B_y^2}{2\mu_0} \right) \right] dz \vec{e}_z \quad (6)$$

Commenter le terme entre parenthèse. A quoi est homogène le rapport  $dF_L/dx dy$  ? Qu'en déduisez-vous ? Ce phénomène se traduit par une poussée faible sur le métal, mais dans le vide et pour de larges surfaces métalliques, l'absence de frottements en fait un candidat intéressant pour la navigation spatiale. On dit parfois que la lumière est un "gaz de photons". En quoi est-ce justifié ?

16. Le refroidissement d'atomes par laser (Cohen-Tannoudji, Chu et Phillips, prix Nobel 1997) ou le confinement inertiel de plasmas de fusion (expérience MégaJoule du CEA-CESTA) sont deux exemples mettant à profit cette poussée due aux ondes. En connaissez-vous d'autres ? Choisissez un de ces deux thèmes et à l'aide des ressources dont vous disposez (lecture, site internet...), expliquer brièvement son principe.